

А.Г. Юрьев, С.В. Ключев, А.В. Ключев

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

E-mail: Klyuyev@yandex.ru

Предложена методика оптимального проектирования несущих конструкций на основе генетического алгоритма. В качестве примера рассмотрено проектирование стальной рамы при варьировании 9 параметров с использованием метода конечных элементов. Выявлен наилучший вариант, соответствующий минимуму объема материала рамы.

В последние десятилетия в области инженерного дела, а также экономики и планирования намечается стремительный переход от допустимых инженерных и управленческих решений к оптимальным решениям. Однако современная теория оптимизации пока не удовлетворяет требованиям инженера-проектировщика в связи с тем, что ее строгие математические методы не учитывают реальных ситуаций проектно-конструкторских задач. Вместе с тем современная, все более усложняющаяся практика проектирования и конструирования нуждается в эффективных математических средствах решения таких задач.

Характерной чертой нового подхода является комплексная разработка, позволяющая проектировать систему в целом, а не по отдельным ее частям. Поэтому одной из чрезвычайно важных научных и

прикладных задач является разработка методологии оптимального проектирования сложных технических систем — системного проектирования.

Конструкцию характеризует ряд показателей: стоимость, надежность, вес, габариты, время разработки и др., которые могут находиться во взаимном противоречии. Трудность решения задачи состоит в недостатке априорной информации, необходимой для поиска оптимального варианта конструкции. Поэтому процедуру проектирования целесообразно строить так, чтобы на каждом его последующем этапе объем информации о конструкции возрастал. В то же время необходимо исключать неудовлетворительные варианты, выявленные в ходе проектирования. Таким образом, должны сочетаться две тенденции — генерация многообразия вариантов и усечение выявленного

множества [1]. Предлагаемая процедура проектирования согласуется с эволюционной стратегией оптимизации и, в частности, генетическими алгоритмами (ГА) [3].

Проектирование конструкции представляется в виде некоторой последовательности уровней ее разработки, которые характеризуются степенью детализации ее элементов. Такой способ проектирования можно связать с некоторой иерархической моделью, обладающей спецификой иного класса структурных эволюционных моделей — деревьев последовательных решений.

Генетические алгоритмы получили развитие в середине 60-х гг. XX в. благодаря трудам Дж. Холланда. Они имитируют эволюционный процесс при особом акценте на генетические механизмы, т. е. наследование и рекомбинацию генов. Осуществляется это некоторым числом (популяцией) искусственных хромосом (индивидов). Каждая хромосома содержит n генов, которые соответствуют n искомым переменным оптимизационной задачи.

Генетические алгоритмы, как и эволюционные алгоритмы вообще, применяют для поиска глобального экстремума функции многих переменных. Принцип их работы основан на моделировании некоторых механизмов популяционной генетики, манипулировании набором хромосом при формировании генотипа новой биологической особи путем наследования участков хромосом родителей, случайным изменением генотипа, известного в природе как мутация.



Рис. 1. Генетический алгоритм

На рис. 1 представлен генетический алгоритм. Главная идея эволюции состоит в том, чтобы улучшать фитнес индивидов первой генерации популяции, пока не будет достигнут критерий прекращения.

1. *Начальная популяция.* Вначале необходимо создать начальную популяцию индивидов. Так как о целевой функции еще ничего не известно, примем гены индивидов в ранее установленной области случайными и равномерно распределенными, сопоставимо с методом Монте-Карло.
2. *Оценка индивидов.* Каждому из новорожденных индивидов необходимо на основании целевой функции определить фитнес. После этого можно начать петлю генераций в стремлении улучшить фитнес индивидов.
3. *Селекция* — первый шаг к этому улучшению, при котором индивиды, по стратегии, выбираются случайно или на основе их прежнего фитнеса. Этот выбор служит либо продолжением рода, либо передачей элитного статуса. Индивид с элитным статусом нельзя ни исключить из фактической генерации, ни изменить.
4. *Воспроизводство* означает продолжение рода отобранных для этого индивидов. Простейший способ размножения — копирование индивидов. Стратегия ГА пытается помимо этого путем рекомбинации генов на хромосомах генерировать лучшие индивиды. Как правило, при этом из родительских индивидов образуются пары, которые обмениваются между собой генами случайным образом и образуют таким образом два новорожденных.
5. *Мутация* изменяет отдельные гены генопула. Благодаря этому при ГА генопул должен обновляться, потому что с размножением генов шла бы потеря многообразия генопула обычно уже после малого числа генераций.
6. *Оценка индивидов.* После того, как путем рекомбинации и мутации хромосомы индивидов изменены, необходимо для каждого из новорожденных определить фитнес.
7. *Замена индивидов.* В конце петли генерации необходимо установить, какие индивиды из популяции исключаются. Иначе без замены популяция росла бы все дальше. ГА заменяют обычно большинство родителей новорожденными.
8. *Критерий прекращения* определяет длительность процесса оптимизации и имеет решающее значение для оценки результата. Используются два варианта формулировки критерия прекращения: 1) контроль фитнеса, в результате которого процесс прекращается, если в рамках установленного числа генераций максимальная величина фитнеса в популяции кардинально не улучшается; 2) установление числа генераций.

Оба варианта имеют несовершенства. При первом варианте может случиться, что максимальная величина фитнеса в популяции долгое время не из-

меняется, а затем, например, вследствие удачной мутации, наступает ее улучшение. Поэтому в случае слишком раннего прекращения достигается лишь субоптимум.

При втором варианте критерия оптимум вообще не ставится во главу угла. Часто выбирается решение, удовлетворяющее в достаточной мере допускам, установленным для варьируемых параметров. В этом случае все же необходимо проведение оптимизационных процессов с различным числом генераций, чтобы можно было дать определенную оценку результата.

Путем селекции и исключения индивидов с относительно плохим фитнесом популяция также переоценивается. Разумеется, вследствие этого генопул может потерять отдельные хорошие гены. ГА пытаются сделать эти потери по возможности малыми [1, 2].

В качестве примера рассмотрим проектирование стальной рамы. Минимизируется объем, а вместе с этим вес и расход материала. Задаются дополнительные условия, касающиеся условий прочности и устойчивости, общей и локальной. В качестве материала применяется сталь С345 со следующими характеристиками: плотность $\rho=78,5$ кН/м³; модуль продольной упругости $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент поперечной деформации $\nu=0,3$; предел текучести $R_y=360$ МПа, расчетное сопротивление $R_y=300$ МПа.

Заданы размеры рамы: $l_c=4,8$ м, $l_p=4$ м и интенсивность нагрузки на горизонтальную проекцию ригеля 8 кН/м. Оптимизируется 9 параметров системы (рис. 2): b – половина ширины полки двутавра; h_{pl} – высота сечения ригеля слева; h_{pr} – высота сечения ригеля справа; h_{cv} – высота сечения стойки вверху; h_{cn} – высота сечения стойки внизу; t_{pl} и t_{pc} , t_{cn} и t_{cc} – толщина полки и стенки ригеля и стойки соответственно.

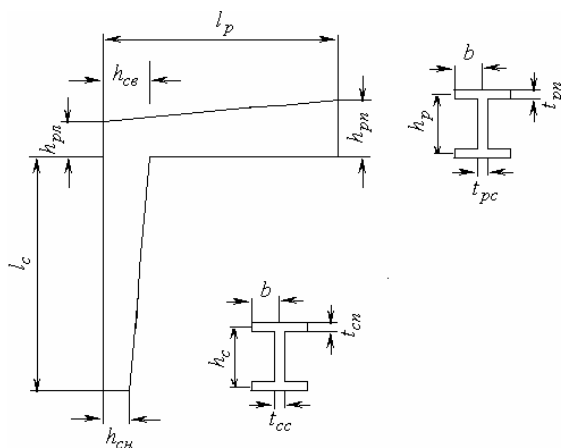


Рис. 2. Профиль рамы и сечения ригеля и стойки

Из условий соблюдения локальной устойчивости элементов двутаврового сечения установлены допускаемые отношения их размеров: для полки – 10, для стойки – 110. Верхняя и нижняя границы искомых

переменных устанавливаются следующими (в см): $5 \leq b \leq 15$; $10 \leq h_{pl} \leq 30$; $10 \leq h_{pr} \leq 30$; $0,5 \leq t_{pl} \leq 1,5$; $0,5 \leq t_{pc} \leq 1,5$; $10 \leq h_{cv} \leq 30$; $10 \leq h_{cn} \leq 30$; $0,5 \leq t_{cn} \leq 1,5$; $0,5 \leq t_{cc} \leq 1,5$.

Целевая функция, выражающая объем материала рамы, имеет вид

$$V = 2,4 t_{cc} (h_{cv} + h_{cn} - 2 t_{cn}) + 2 t_{pc} (h_{pl} + h_{pr} - 2 t_{pn}) + b(19,2 t_{cn} + 16 t_{pn}).$$

Это же выражение с обратным знаком определяет фитнес-функцию.

Используя для расчета метод конечных элементов, разбиваем половину объема рамы на 108 элементов – 48 в ригеле и 60 в стойке, при этом в поперечном сечении – 6 элементов (по 2 в полке и стенке).

В соответствии с числом оптимизируемых параметров вводим модель хромосомы

b	h_{pl}	h_{pr}	t_{pl}	t_{pc}	h_{cn}	h_{cv}	t_{cn}	t_{cc}
-----	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

Элементы сведены в 4 группы – полка и стенка ригеля, полка и стенка стойки. Узлы сведены в 26 групп, передвижения которых соответствуют генам хромосомы.

Таблица 1. Размеры элементов профилей

	b	h_{pl}	h_{pr}	t_{pl}	t_{pc}	h_{cn}	h_{cv}	t_{cn}	t_{cc}
1	55	138	143	6,4	5,0	100	105	5,0	5,0
2	69	209	231	5,7	5,1	298	281	6,6	5,0
3	50	120	157	5,6	5,0	102	158	5,0	5,0
4	50	120	194	5,6	5,0	101	108	5,0	5,0
5	63	191	252	5,2	5,0	191	300	5,8	5,0
6	50	115	123	7,0	5,0	102	119	5,0	5,0
7	50	161	162	5,5	5,0	101	121	5,0	5,0
8	51	128	169	5,6	5,0	103	116	5,0	5,1
9	51	131	154	6,1	5,1	102	120	5,0	5,0
10	50	126	161	5,8	5,0	110	117	5,1	5,1

Для расчета рамы применялись следующие параметры: индивидов 20; генераций 300; селекционное давление 0,1; норма мутации 0,05; число замен 15.

Отклонения для мутаций носили линейный характер и составляли для толщин полок и стенок 0,001...0,0001, а для других элементов 0,01...0,001.

Достигнутые результаты (размеры в мм) представлены в табл. 1. В табл. 2 представлены объем рамы V , м³, наибольшее нормальное напряжение σ , МПа, и отношение b/t_{pl} и b/t_{cn} .

Таблица 2. Геометрические характеристики рамы и напряжения

	V	σ	b/t_{pl}	b/t_{cn}
1	0,0150	161	7,4	9,4
2	0,0265	160	11,7	10,1
3	0,0150	161	8,5	9,5
4	0,0147	160	8,4	9,5
5	0,0224	388	11,5	10,4
6	0,0153	338	6,8	9,5
7	0,0149	162	8,6	9,5
8	0,0149	162	8,7	9,7
9	0,0152	162	7,9	9,7
10	0,0149	161	8,2	9,3

Из табл. 2 видно, что отношения $b/t_{\text{рп}}$ и $b/t_{\text{сп}}$ превышены во 2-й и 5-й строках. В 5-й и 6-й строках превышено расчетное сопротивление. Таким образом, тремя вариантами решения следует пренебречь.

Толщины стенок соответствуют принятой нижней границе. Остальные размеры находятся в пределах установленных границ. В семи оставленных вариантах решения объем отличается незначительно (в пределах 3,4 %). Минимальному объему соответствует 4-й вариант решения.

Выводы

1. Генетические алгоритмы являются мощным поисковым средством. Решение, полученное на их

основе, субоптимально, но это не мешает применять алгоритмы для поиска глобальных экстремумов при оптимизации строительных конструкций.

2. Генетические алгоритмы по сравнению с известными аналитическими методами оптимизации приемлемы для решения многопараметрических невыпуклых задач.
3. Решение можно уточнить, увеличив густоту сетки конечных элементов. При увеличении количества оптимизируемых параметров возрастает число индивидов и генераций. Вместе с тем повышаются затраты машинного времени, что в ряде случаев может служить показателем оценки использования генетических алгоритмов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юрьев А.Г., Клюев С.В. Генетические алгоритмы оптимизации строительных конструкций // Образование, наука, производство и управление в XXI веке: Матер. Междунар. науч. конф. В 4 т. – Старый Оскол: Изд-во СТИ МИСиС, 2004. – Т. 4. – С. 238–240.

2. Юрьев А.Г., Клюев С.В. Эволюционные и генетические алгоритмы оптимизации строительных конструкций. – Белгород: Изд-во БГТУ им. В.Г. Шухова, 2006. – 134 с.

Поступила 22.09.2006 г.